



1. **Tema:** Posición de las galgas extensiométricas en una barra de torsión.

2. **Objetivos:**

- a. Simular el comportamiento estático de una barra de torsión, mediante el uso de un paquete CAD/CAM/CAE.

3. **Teoría.**

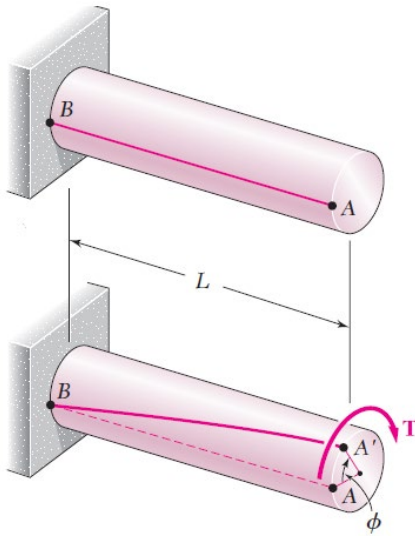
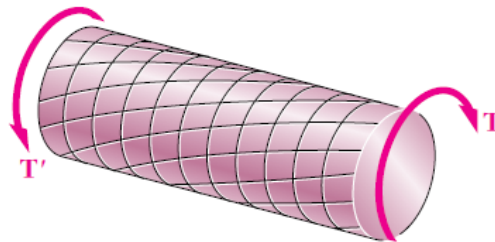


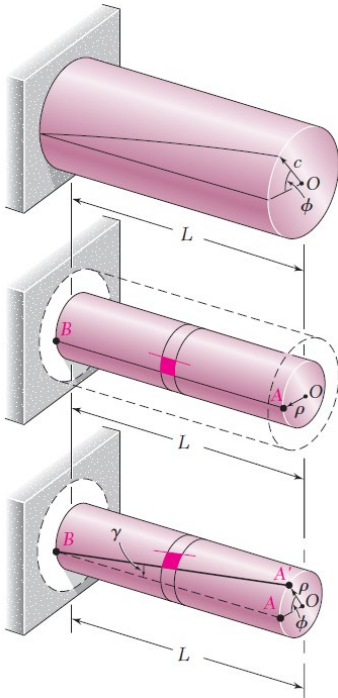
Figura 1

Considere un eje circular unido a un soporte fijo en uno de sus extremos. Si se aplica un par de torsión T al otro extremo, el eje se torcerá al girar su extremo libre a través de un ángulo ϕ llamado *ángulo de giro*, como se observa en la Figura 1. Esto significa que, dentro de un cierto rango de valores de T , el ángulo de giro ϕ es proporcional a T . También muestra que ϕ es proporcional a la longitud L del eje. En otras palabras, el ángulo de giro para un eje del mismo material y con la misma sección transversal, pero del doble de longitud, se duplicará bajo el mismo par de torsión T . Un propósito de este análisis será encontrar la relación específica que existe entre ϕ , L y T ; otro propósito será determinar la distribución de esfuerzos cortantes en el eje, que no fue posible obtener sólo con base en la estática en la sección precedente. En este punto, debe señalarse una propiedad importante

de los ejes circulares: cuando un eje circular se somete a torsión, *todas sus secciones transversales*

permanecen planas y sin distorsión. Dicho de otra manera, aunque las distintas secciones transversales a lo largo del eje giran diferentes cantidades, cada sección transversal gira como una placa sólida rígida. Esto se ilustra en la siguiente figura que muestra las deformaciones en un modelo de caucho sometido a torsión.





Ahora se determinará la distribución de las *deformaciones a cortante* en un eje circular de longitud L y radio c que ha sido girado en un ángulo ϕ . Desprendiendo del eje un cilindro de radio ρ , considere el pequeño cuadrado formado por dos círculos adyacentes y dos líneas rectas adyacentes trazadas en la superficie del cilindro antes de que se aplique carga alguna. Al someterse el eje a una carga de torsión, el elemento se deforma para convertirse en un rombo. Ahora, recuerde que en la deformación unitaria cortante γ en un elemento dado se mide por el cambio en los ángulos formados por los lados de dicho elemento. Ya que los círculos que definen dos de los lados del elemento considerado aquí permanecen sin cambio, la deformación en corte γ debe ser igual al ángulo entre las líneas AB y $A'B'$. (Recuerde que γ debe expresarse en radianes.)

En la figura se observa que, para valores pequeños de γ , puede expresarse la longitud de arco AA' como $AA' = L\gamma$. Pero, por otra parte, se tiene que $AA' = \rho\phi$. Se deduce que $L\gamma = \rho\phi$, ó

$$\gamma = \frac{\rho\phi}{L} \quad (1)$$

donde γ y ϕ están, ambos, expresados en radianes. La ecuación obtenida muestra, como podría haberse anticipado, que la deformación a cortante γ en un punto dado del eje en torsión es proporcional al ángulo de giro ϕ . También muestra que γ es proporcional a la distancia ρ desde el eje de la flecha hasta el punto bajo consideración. Por lo tanto, la *deformación unitaria a corte en una flecha circular varía linealmente con la distancia desde el eje de la flecha*.

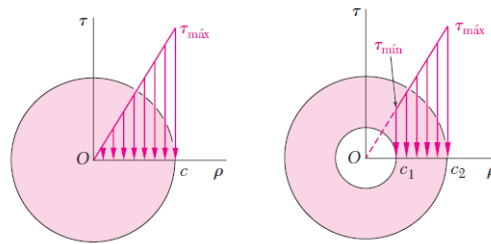
Se deduce de la última ecuación que la deformación a cortante es máxima en la superficie del eje, donde $\rho=c$. Se tiene que

$$\gamma_{max} = \frac{c\phi}{L} \quad (2)$$

Y eliminando ϕ nos queda, para ρ

$$\gamma = \frac{\rho}{c} \gamma_{max} \quad (3)$$

Esfuerzos en el rango elástico. Hasta el momento ninguna relación esfuerzo-deformación en particular se ha supuesto para el análisis de ejes circulares en torsión. Considere ahora el caso en que el par de torsión T es tal que todos los esfuerzos cortantes en el eje se encuentran por debajo de la resistencia a la cedencia τ_y . Se sabe, que esto significa que los esfuerzos en el eje permanecerán por debajo del límite de proporcionalidad y también por debajo del límite elástico.



Por lo tanto, se aplicará la ley de Hooke y no habrá deformación permanente. Aplicando la ley de Hooke para el esfuerzo y la deformación a cortante escribimos

$$\tau = G\gamma \quad (4)$$

donde G es el módulo de rigidez o módulo de corte del material. Multiplicando ambos miembros de la ecuación (3) por G , se escribe

$$G\gamma = \frac{\rho}{c} G\gamma_{max} \quad (5)$$

Entonces de (4) tenemos

$$\tau = \frac{\rho}{c} G\gamma_{max} \quad (6)$$

La ecuación obtenida muestra que, mientras la resistencia a la cedencia (o el límite de proporcionalidad) no sea excedida en ninguna parte de una flecha circular, *el esfuerzo cortante en la flecha varía linealmente con la distancia ρ desde el eje de la flecha*. La última figura muestra la distribución de esfuerzos en un eje circular de radio c , y en un eje circular hueco de radio interior c_1 y radio exterior c_2 . De la ecuación (6) se encuentra que, en el segundo caso,

$$\tau_1 = \frac{c_1}{c_2} \tau_{max} \quad (7)$$

Recordando que la suma de los momentos de las fuerzas elementales ejercidas sobre cualquier sección transversal del eje debe ser igual a la magnitud T del par ejercido sobre el eje:

$$\int \rho(\tau dA) = T \quad (8)$$

Sustituyendo τ de la ecuación (6) en la ecuación anterior tenemos:

$$T = \int \rho\tau dA = \frac{\tau_{max}}{c} \int \rho^2 dA$$



La integral en el último miembro representa el momento polar de inercia J de la sección transversal con respecto a su centro O . Se tiene entonces que

$$T = \frac{\tau_{max}}{c} J$$

Despejando τ_{max} de la ecuación anterior en la ecuación (6), se expresa el momento cortante a cualquier distancia ρ del eje de la flecha como

$$\tau = \frac{T\rho}{J}$$

Las dos últimas ecuaciones se conocen como las *fórmulas de torsión elástica*.

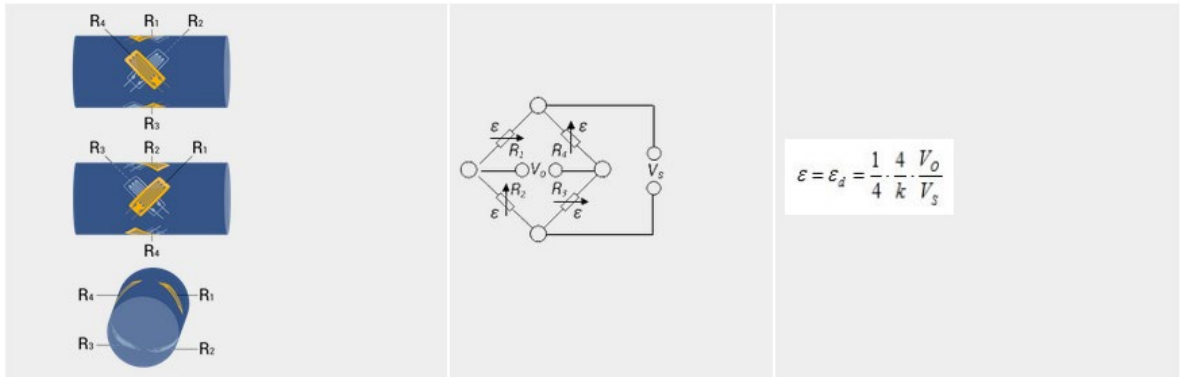
Configuraciones para medición de torsión con una barra.

The figure illustrates three configurations for measuring torsion on a bar using strain gauges and a Wheatstone bridge circuit.

Configuration 1 (Top): Shows a bar with strain gauges R_1/R_2 and R_4/R_3 on the top surface, and R_2 and R_3 on the bottom surface. The bridge circuit has R_1 and R_2 on the left branch, R_3 and R_4 on the right branch, and a central branch with R_1 and R_3 . The output voltage is V_s . The strain equation is $\varepsilon = \varepsilon_d = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{V_o}{V_s}$.

Configuration 2 (Middle): Shows a bar with strain gauges R_1 and R_4 on the top surface, and R_3 and R_2 on the bottom surface. The bridge circuit has R_1 and R_2 on the left branch, R_3 and R_4 on the right branch, and a central branch with R_1 and R_3 . The output voltage is V_s . The strain equation is $\varepsilon = \varepsilon_d = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{V_o}{V_s}$.

Configuration 3 (Bottom): Shows a bar with strain gauges R_1 and R_4 on the top surface, and R_2 and R_3 on the bottom surface. The bridge circuit has R_1 and R_2 on the left branch, R_3 and R_4 on the right branch, and a central branch with R_1 and R_3 . The output voltage is V_s . The strain equation is $\varepsilon = \varepsilon_d = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{V_o}{V_s}$.



4. Trabajo preparatorio.

Modele en SolidWorks® una barra de torsión de 30 cm de largo y 2 cm de radio empotrada o sujeta firmemente por uno de sus extremos mientras que por el otro se aplica un torque. Determine los accesorios que sean necesarios y dibújelos, para que se pueda transferir el torque aplicado a la barra. Suponga que la barra es de acero AISI 4340.

5. Equipo necesario.

- Computador,
- SolidWorks con análisis de elementos finitos.
- Barra de torsión dibujada.

6. Procedimiento.

- Cargue los archivos de los dibujos a SolidWorks.
- Aplique la carga sobre la barra, si es necesario dibujar algún accesorio para aplicar la misma, dibújelo.
- Genere y guarde el informe generado por el software.
- Anote en las hojas de resultados la posición de las galgas en la barra.
- Varié el área transversal de la barra de circular a polinómica (8 lados). Repita los pasos anteriores

7. Informe de laboratorio.

Presente el informe con los elementos que en este documento deben estar, añada como anexo al informe las hojas de datos escaneadas y correctamente revisadas, y compruebe teóricamente los resultados obtenidos en la hoja de datos, hallando las ecuaciones de las respuestas.

Para el informe:

¿Qué sucede con la barra de torsión si pasa de cilíndrica a prismática cuadrangular? ¿Comente en función de los resultados obtenidos?

Valide los resultados de la simulación calculando valores y posiciones para la ubicación de galgas.



HOJA DE RESULTADOS

GUIA A1		GRUPO No:
Integrantes:		

Barra de torsión: Posiciones para las galgas		
X:	Y:	Z:
X:	Y:	Z:
X:	Y:	Z:
X:	Y:	Z:
X:	Y:	Z:

Revisado: _____